МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
«КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»
(ФИЦ КНЦ РАН)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

По дисциплине Б1.В.ДВ.02.01 Матероновская геостатистика
указывается цикл (раздел) ОП, к которому относится дисциплина, название дисциплины

Для направления подготовки (специальности) 05.04.01 Геология
код и наименование направления подготовки (специальности)

Направленность программы (профиль) Прикладная геохимия, минералогия и петрология
наименование профиля /специализаций/образовательной программы

Квалификация выпускника, уровень подготовки магистр
(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ФГОС ВО)

Апатиты

2020

Лист согласования

1 Разработчик:

профессор УАиМ ______________ Ю.Л. Войтеховский
должность подпись И.О. Фамилия

2. Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании учебно-методической комиссии управления аспирантуры и магистратуры 29 июня 2020 года, протокол № 02.

Председатель УМК УАиМ

29.06.2020 Л.Д. Кириллова
дата подпись И.О.Фамилия

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания к выполнению практических работ составлены в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта по образовательной программе высшего образования – программе магистратуры по направлению подготовки 05.04.01 Геология, утвержденного приказом Минобрнауки России от 28.08.2015 г. № 912.

Настоящие методические указания включают рекомендации к выполнению практических работ и список рекомендуемой литературы.

Цель дисциплины: обучение студентов методам вариограммного анализа и теории кригинга в его разновидностях (обычного и простого кригинга) и их подготовка к прикладным исследованиям в геологии.

Задачи дисциплины:

- обучение вариаграммному анализу объектов различной размерности в условиях регулярной и нерегулярной сетей опробования;
- обучение выбору адекватной статистической модели природного объекта;
- обучение применению процедур обычного и простого кригинга для эффективного прогнозирования случайной величины в заданной точке;
- привить математическую культуру, необходимую для самостоятельного изучения более сложных методов геостатистики.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- пространственно распределенные случайные величины и их оценивание методами обычного (ordinary) и простого (simple) кригинга;

Уметь:

- использовать названные методы в стандартных ситуациях;

Владеть: методами геостатистики для анализа данных в геологии.

Перечень дисциплин и их разделов, усвоение которых необходимо студентам для изучения данной дисциплины.

1. Математический анализ – дифференцирование и интегрирование алгебраических и тригонометрических функций.
2. Теория вероятностей и математическая статистика – оперирование с каноническими распределениями (пуассоновым, гауссовым).

Рекомендации к выполнению практических работ

Практические занятия

№ п/п	Наименование и содержание практических занятий (ПР)	Номер темы по табл. 1	Кол-во часов
2 семестр			
ПР1	Элементы математической статистики	1	4
ПР2	Вариограммный анализ. Расчет эмпирических вариограмм.	2	4
ПР3	Вариограммный анализ. Геостатистические модели.	3	4
ПР4	Обычный кригинг. Вывод основных уравнений.	4	4
ПР5	Свойства процедуры обычного кригинга.	5	4
ПР6	Простой кригинг. Вывод основных уравнений.	6	4
ПР7	Свойства процедуры простого кригинга.	7	4
Итого:			**28**
4 семестр			
ПР1	Кристаллическая горная порода как топологическое пространство.	8	4
ПР2	Кристаллическая горная порода как пространство толерантности.	9	4
ПР3	Кристаллическая горная порода как измеримое пространство.	10	4
ПР4	Кристаллическая горная порода как метрическое пространство.	11	4
ПР5	Кристаллическая горная порода как коррелированное пространство.	12	4
ПР6	Определение и классификация петрографических структур.	13	4
ПР7	Описание перестроек петрографических структур.	14	4
Итого:			**14**
ВСЕГО:			**42**

Практическое занятие № 1.
Тема: Элементы математической статистики.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Разбор понятия «случайная величина» и характеризующих ее параметров.

Студенты должны провести расчет математического ожидания и дисперсии для заданных эмпирических случайных величин, расчет дисперсии для заданных линейных комбинаций случайных величин.

Случайной величиной называют величину ξ, которая всякий раз принимает в эксперименте наперед неизвестное значение, зависящее от заранее не учитываемых причин.

Простота определения кажущаяся. Есть моменты, которые вызывают вопросы. Какова область значений случайной величины? Может ли она быть очерчена заранее? На практике встречаются разные ситуации. Почему не могут быть учтены причины, определяющие величину ξ? Имеет ли эта неопределимость фундаментальный характер? Или же она может быть устранена по мере углубления наших знаний об изучаемом объекте или совершенствования вычислительной техники? Здесь возможны различные ситуации.

Математическое ожидание $\boldsymbol{E\,\xi}$ случайной величины ξ:

$$\boldsymbol{E\,\xi = (\xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n)/n = \sum_{i=1}^{n} \xi_I / n}$$

- есть попросту среднее арифметическое её n значений, полученных в эксперименте. Обратить внимание, что Е ξ (от англ. Expection – ожидание) есть краткое обозначение процедуры, выполняемой над эмпирическими значениями случайной величины ξ в соответствии с приведенной выше формулой, но никоим образом не произведение Е на ξ. Для любой случайной величины математическое ожидание есть ее начальный момент первого порядка.

Дисперсия $\boldsymbol{V\,\xi}$ случайной величины ξ:

$$\mathbf{V\,\xi = E[(\xi - E\,\xi)^2]}$$

- есть математическое ожидание квадрата её отклонения от собственного математического ожидания. Для любой случайной величины дисперсия есть её центральный момент второго порядка. Аналогично сказанному выше, V ξ (от англ. Variation – дисперсия) - есть краткое обозначение процедуры, выполняемой над эмпирическими значениями случайной величины ξ в соответствии с приведенной выше формулой, а не произведение V на ξ.

Из определения следует, что дисперсия не может быть отрицательной и равна нулю в единственном случае – когда все эмпирические значения ξ равны некоторой константе. Несложными преобразованиями можно получить другую, более удобную формулу для её вычисления:

$$\mathbf{V\,\xi = E[\xi^2 - 2\xi E\xi + (E\xi)^2] = E(\xi^2) - 2(E\,\xi)^2 + (E\,\xi)^2 = E(\xi^2) - (E\,\xi)^2}$$

То есть, дисперсию случайной величины еще можно определить как математическое ожидание её квадрата за вычетом квадрата её математического ожидания.

Среднеквадратичное отклонение $\boldsymbol{\sigma_\xi}$ случайной величины ξ:

$$\boldsymbol{\sigma_\xi = \sqrt{V}\,\xi}$$

- есть попросту квадратный корень из её дисперсии. Следовательно:

$$\mathbf{V\,\xi = \sigma_\xi^2}$$

На этом основании дисперсию часто обозначают символом σ_ξ^2. Смысл введения среднеквадратичного отклонения как характеристики состоит в том, что она измеряется в тех же единицах, что и сама случайная величина, тогда как дисперсия измеряется в квадратных единицах.

Ковариационная функция $\boldsymbol{Cov(\xi,\Psi)}$ случайных величин ξ и Ψ:

$$\boldsymbol{Cov\,(\xi,\psi) = E[(\xi - E\,\xi)\,(\psi - E\,\psi)]}$$

- есть математическое ожидание произведения их отклонений от собственных математических ожиданий.

Если обе случайные величины отклоняются от собственных математических ожиданий в одну (большую или меньшую) сторону, то ковариационная функция положительна, в противном случае – отрицательна. На этом основании она является инструментом для изучения согласованности в поведении двух случайных величин. Как и в случае дисперсии, нетрудно получить более удобную формулу для вычисления ковариационной функции:

$$\mathbf{Cov\,(\xi, \psi) = E(\xi\,\psi - \xi\,E\,\psi - \psi\,E\,\xi + E\,\xi\,E\,\psi) = E(\xi\,\psi) - E\,\xi\,E\,\psi - E\,\xi\,E\,\psi + E\,\xi\,E\,\psi = E(\xi\,\psi) - E\,\xi\,E\,\psi}$$

То есть, ковариационную функцию можно определить как математическое ожидание произведения двух случайных величин за вычетом произведения их математических ожиданий.

При $\psi=\xi$ из обеих формул получим:

$$\mathbf{Cov\,(\xi, \xi) = E[(\xi - E\xi)^2] = E(\xi^2) - (E\,\xi)^2}$$

- дисперсию величины ξ. Иначе говоря, понятие ковариационной функции расширяет понятие дисперсии и наоборот – дисперсия есть сужение понятия ковариационной функции.

Линейная комбинация случайных величин – это сумма вида:

$$\lambda_1\xi_1 + \lambda_2\xi_2 + \ldots + \lambda_n\xi_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, \xi_i,$$

где ξ_i – случайные величины, λ_I – численные (весовые) коэффициенты при них, i= 1, …, n – как угодно большой конечный набор индексов. Вообще говоря, случайные величины

- ✓ Пуассонова случайная величина имеет фундаментальное значение в геостатистике, поскольку служит для обоснования целого ряда геостатистических моделей. В связи с чем, детально рассматриваются её характеристики: математическое ожидание, дисперсия и смысл параметра распределения.
- ✓ Разбор понятий «пространственно распределенная случайная функция, гипотеза стационарности» и их физического содержания.

Практическое занятие № 2.

Тема: Вариограммный анализ. Расчёт эмпирических вариограмм.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Расчет неориентированных и ориентированных эмпирических вариограмм (коварио-грамм и полувариограмм) в случаях регулярных и нерегулярных сетей опробования.
- ✓ Выявление эллиптического, зонального (геометрического) и смешанного типов анизотропии. Ее устранение деформацией поля наблюдения.
- ✓ Анализ эмпирических вариограмм как необходимый этап подбора адекватной модели.

Практическое занятие № 3.

Тема: **Вариограммный анализ. Геостатистические модели**.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Вывод и сравнительный анализ (поведение вблизи нуля, скорость роста, достижение уровня дисперсии) основных геостатистических моделей: сферической, квадратичной, круговой, линейной, гауссовой, экспоненциальной, чистого эффекта самородков, эллипсоидальной и эллиптической – с разложением неполиномиальных моделей в ряд Маклорена.
- ✓ Разбор понятия «непротиворечивость геостатистической модели» в пространстве данного числа измерений. Подробный разбор примера, показывающего противоречивость линейной модели в 2D, и правил комплексирования моделей.

Практическое занятие № 4.

Тема: Обычный кригинг. Вывод основных уравнений.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Разбор понятия «эффективность оценки» как одновременного выполнения условий ее несмещенности и минимума дисперсии.
- ✓ Подробный вывод основного уравнения обычного кригинга с ограничивающим условием на весовые коэффициенты методом Лагранжа.
- ✓ Решение задач на расчет значений случайной величины в заданных точках методом обычного кригинга для различных схем опробования и геостатистических моделей с учетом симметрии поля наблюдения.

Практическое занятие № 5.
Тема: Свойства процедуры обычного кригинга.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Решение задач на рациональное использование двух форм основного уравнения обычного кригинга.
- ✓ Обсуждение относительного характера минимума дисперсии оценки в случае обычного кригинга.
- ✓ Доказательство свойства точной интерполяции для процедуры обычного кригинга.
- ✓ Обсуждение природы эффекта перпендикулярного экрана, его непротиворечивости и использования на практике в случае обычного кригинга.
- ✓ Особенности применения основного уравнения обычного кригинга в случае чистого эффекта самородков.

Практическое занятие № 6.
Тема: Простой кригинг. Вывод основных уравнений.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Анализ оценивающей функции в случае простого кригинга и причины несмещенности оценки без ограничений на весовые коэффициенты.
- ✓ Подробный вывод основного уравнения простого кригинга без ограничивающих условий на весовые коэффициенты.
- ✓ Решение задач на расчет значений случайной величины в заданных точках методом простого кригинга для различных схем опробования и геостатистических моделей с учетом симметрии поля наблюдения.

Практическое занятие № 7.
Тема: Свойства процедуры простого кригинга.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Рассмотрение причины единственности формы основного уравнения и абсолютного характера минимума дисперсии оценки в случае простого кригинга.
- ✓ Доказательство свойства точной интерполяции

II семестр

Практическое занятие № 1.
Тема: Кристаллическая горная порода как топологическое пространство.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Анализ наиболее общих представлений о кристаллической горной породе.
- ✓ Идея акад. В.И. Вернадского о горной породе как «специфическом пространстве земной реальности».
- ✓ Горная порода как пространство с примитивной и дискретной топологиями.
- ✓ Поиск промежуточных топологий.

Практическое занятие № 2.
Тема: Кристаллическая горная порода как пространство толерантности.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:

- ✓ Виды отношений между элементами множества.
- ✓ Классификации и пространства толерантности по Ю.А. Шрейдеру.
- ✓ Горная порода как множество элементов – возможность различных представлений.
- ✓ Горная порода как пространство толерантности на уровне межзерновых и межагрегатных отношений.

Практическое занятие № 3.
Тема: Кристаллическая горная порода как измеримое пространство.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:
- ✓ Мера как вещественная, неотрицательная, монотонная и аддитивная функция множества.
- ✓ Меры минеральных агрегатов.
- ✓ Кристаллическая горная порода как измеримое пространство с различными мерами.
- ✓ Физические интерпретации представлений.

Практическое занятие № 4.
Тема: Кристаллическая горная порода как метрическое пространство.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:
- ✓ Метрика (расстояние) как вещественная, неотрицательная, удовлетворяющая трём аксиомам функция, заданная на парах объектов.
- ✓ Метрика Евклида.
- ✓ Метрика Ф. Хаусдорфа.
- ✓ Метрики, заданные через меры.

Практическое занятие № 5.
Тема: Кристаллическая горная порода как коррелированное пространство.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:
- ✓ Элементы индикаторного кригинга по Ж. Матерону.
- ✓ Построение индикаторных вариограмм.
- ✓ Кристаллическая горная порода как коррелированное пространство.

Практическое занятие № 6.
Тема: Определение и классификация петрографических структур.

В ходе практического занятия студенты обсуждают следующие вопросы:
- ✓ Определение петрографической структуры в терминах алгебраических квадратичных форм.
- ✓ Классификация петрографических структур. Обобщение на формы 3-го и 4-го порядков.

Практическое занятие № 7.
Тема: Описание перестроек петрографических структур.

В ходе практического занятия студенты выполняют описание структурных (качественных) и организационных (количественных) перестроек горных пород в терминах алгебраических квадратичных форм.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Кутузов, А.С. Метрические пространства / А.С. Кутузов ; ФГБОУ ВПО Челябинский государственный университет, Троицкий филиал. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2014. – 106 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256723 (дата обращения: 09.11.2019). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-2322-0. – DOI 10.23681/256723. – Текст : электронный.
2. **Мартынов Е.В.** Математические методы моделирования параметров геологических процессов и явлений. Учебное пособие, Мурманск, изд. МГТУ, 2010, 136 с.
3. **Михальчук, А.А.** Многомерный статистический анализ эколого-геохимических измерений : учебное пособие / А.А. Михальчук, Е.Г. Язиков ; Министерство образования Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет». - Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2014. - Ч. I. Математические основы. - 102 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=442767
4. Горяинова, Е.Р. Прикладные методы анализа статистических данных : учебное пособие / Е.Р. Горяинова, А.Р. Панков, Е.Н. Платонов. - Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2012. - 312 с. - ISBN 978-5-7598-0866-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=227280 (03.09.2019).

Дополнительная:

5. Асташова, И.В. Геометрия и топология / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. – 4-е изд., испр. и доп. – Москва : Евразийский открытый институт, 2011. – 258 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90953 (дата обращения: 09.11.2019). – ISBN 978-5-374-00489-2. – Текст : электронный.
6. Агалаков, С.А. Статистические методы анализа данных : [16+] / С.А. Агалаков ; Министерство образования и науки РФ, Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского. – Омск : ОмГУ им. Ф.М. Достоевского, 2017. – 92 с. : табл., граф., схем., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=562918 (дата обращения: 09.11.2019). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7779-2187-1. – Текст : электронный.
7. Петрографический кодекс России. Магматические, метаморфические, метасоматические, импактные образования. Изд. 3-е, испр. и доп. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2009. 200с.
8. ***Орлов А.И.*** Прикладная статистика. (Электронный ресурс)/ Орлов А.И. - М.: Изд-во «Экзамен», 2004. Режим доступа http://www.aup.ru/books/ml63/
9. ***Цеховая Т.*** Статистические свойства оценок вариограммы. Анализ случайных процессов/ Цеховая Т. - Издательский дом LAP LAMBERT. Academic Publishing, 2011. 116с. http://www.lap-publishing.com/